

II. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Основные понятия и уравнения

- Колебательный контур
- Свободные электромагнитные колебания
- Гармонические электромагнитные колебания
- Дифференциальное уравнение свободных колебаний заряда в контуре
- Собственная частота контура
- Формула Томсона
- Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний в контуре
- Вынужденные колебания
- Дифференциальное уравнение вынужденных электромагнитных колебаний
- Переменный ток
- Переменный ток, текущий через резистор сопротивлением R
- Переменный ток, текущий через катушку индуктивностью L
- Реактивное индуктивное сопротивление
- Переменный ток, текущий через конденсатор электроемкостью C
- Реактивное емкостное сопротивление
- Цепь переменного тока, содержащая последовательно включенные резистор, катушку индуктивности и конденсатор
- Полное сопротивление
- Реактивное сопротивление
- Мощность, выделяемая в цепи переменного тока
- Действующие значения силы тока и напряжения

Основные формулы

Собственная частота колебательного контура

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

[L - индуктивность катушки, C - электроемкость конденсатора].

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний в контуре и его решение:

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0, \quad q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

[q_m - амплитуда колебаний заряда конденсатора; ω_0 - собственная частота контура].

Формула Томсона, устанавливающая связь между периодом T собственных колебаний в контуре без активного сопротивления, индуктивностью L и электроемкостью контура C ,

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Сила тока в колебательном контуре и напряжение на конденсаторе в случае гармонических электромагнитных колебаний:

$$J = \frac{dq}{dt} = \dot{q} = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = J_m \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi/2),$$

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

[$J_m = \omega_0 q_m$ - амплитуда силы тока; $U_m = \frac{q_m}{C}$ - амплитуда напряжения; ω_0 - собственная частота контура].

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний в контуре и его решение

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0 \text{ или } q = q_m e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

[$q_m e^{-\delta t}$ - амплитуда затухающих колебаний заряда конденсатора; q_m -

начальная амплитуда; частота $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$].

Добротность колебательного контура с активным сопротивлением R , индуктивностью L и электроемкостью контура C

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Дифференциальное уравнение вынужденных электромагнитных колебаний и его решение:

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t \text{ или } q = q_m \cos(\omega t - \alpha)$$

[$q_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$; α - сдвиг по фазе зарядом между приложен-

ным напряжением $U = U_m \cos \omega t$; R , L и C - соответственно активное сопротивление, индуктивность и электроемкость колебательного контура].

Резонансная частота и резонансная амплитуда силы тока в случае электрического резонанса:

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}, \quad (q_m)_{\text{рез}} = \frac{U_m / L}{2\delta \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

[ω_0 - собственная частота контура; δ - коэффициент затухания; U_m - амплитуда внешнего приложенного напряжения].

Реактивное индуктивное сопротивление (индуктивное сопротивление)

$$R_L = \omega L$$

[ω - частота переменного напряжения, подаваемого на концы цепи; L - индуктивность].

Реактивное емкостное сопротивление (емкостное сопротивление)

$$R_C = \frac{1}{\omega C}$$

[ω - частота переменного напряжения, подаваемого на концы цепи; C - емкость].

Полное сопротивление цепи переменного тока, содержащей последовательно включенные резистор сопротивлением R , катушку индуктивностью L и конденсатор емкостью C ,

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}$$

[$R_L = \omega L$ - реактивное индуктивное сопротивление; $R_C = 1/(\omega C)$ - реактивное емкостное сопротивление].

Реактивное сопротивление

$$X = R_L - R_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

Действующие (эффективные) значения силы тока и напряжения:

$$J = \frac{J_m}{\sqrt{2}}, U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

[J_m и U_m - амплитудные значения силы тока и напряжения].

Средняя мощность, выделяемая в цепи переменного тока,

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} J_m U_m \cos \varphi.$$

[J_m и U_m - амплитудные значения силы тока и напряжения].

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2}}$$

[R - активное сопротивление цепи; ωL - реактивное индуктивное сопротивление; $\frac{1}{\omega C}$ - реактивное емкостное сопротивление].