

III. УПРУГИЕ ВОЛНЫ

Основные понятия и уравнения

- Волновой процесс (волна)
- Упругие (или механические) волны
- Продольные волны
- Поперечные волны
- Упругая гармоническая волна
- Длина волны
- Волновой фронт
- Волновая поверхность
- Плоская волна
- Уравнение плоской волны
- Сферическая волна
- Уравнение сферической волны
- Волновое уравнение
- Бегущие волны
- Вектор плотности потока энергии
- Принцип суперпозиции (наложения волн)
- Фазовая скорость
- Дисперсия волн
- Диспергирующая среда
- Волновой пакет
- Групповая скорость
- Когерентность
- Когерентные волны
- Интерференция волн
- Стоячие волны
- Уравнение стоячей волны
- Звуковые (или акустические) волны
- Эффект Доплера

Основные формулы

Связь между длиной волны λ , периодом T колебаний и частотой ν

$$\lambda = \nu T, \quad \nu = \lambda \nu$$

[ν - скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость)].

Волновое число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\nu T} = \frac{\omega}{\nu}$$

[λ - длина волны; ν - фазовая скорость; T - период колебаний].

Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси X ,

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$[\xi(x, t)$ - смещение точек среды с координатой x в момент времени t ;
 A - амплитуда волны; ω - циклическая (круговая) частота; k -
 волновое число; φ_0 - начальная фаза колебаний].

Уравнение сферической волны

$$\xi(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0)$$

$[\xi(r, t)$ - смещение точек среды на расстоянии r от центра волны в
 момент времени t ; A_0 - амплитуда волны; ω - циклическая частота; k -
 волновое число; φ_0 - начальная фаза колебаний].

Волновое уравнение

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

$[\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа; v - фазовая скорость].

**Волновое уравнение для плоской волны, распространяющейся
 вдоль оси X ,**

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

**Фазовая скорость (v) и групповая (u) скорости и связь между
 ними:**

$$v = \frac{\omega}{k}, \quad u = \frac{d\omega}{dk}, \quad u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$

$[\omega$ - циклическая частота; k - волновое число; λ - длина волны].

Связь между разностью фаз δ и разностью хода волн Δ :

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta.$$

**Условия максимума и минимума амплитуды при интерференции
 волн**

$$\Delta_{\max} = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad \Delta_{\min} = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$[m = 0, 1, 2, \dots; \lambda$ - длина волны].

Уравнение стоячей волны

$$\xi(x, t) = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t = 2A \cos kx \cos \omega t.$$

Координаты пучностей и узлов стоячей волны

$$x_{\text{п}} = \pm m \frac{\lambda}{2}, \quad x_{\text{у}} = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Эффект Доплера в акустике

$$\nu = \frac{(\nu \pm \nu_{\text{пр}})\nu_0}{\nu \mp \nu_{\text{ист}}}$$

[ν - частота звука, воспринимаемая движущимся приемником; ν_0 - частота звука, посылаемая источником; $\nu_{\text{пр}}$ - скорость движения приемника; $\nu_{\text{ист}}$ - скорость движения источника; ν - скорость распространения звука. Верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение, нижний знак в случае их взаимного удаления].

Объемная плотность энергии упругой волны:

$$w = \rho \xi^2.$$

Плотность потока энергии (вектор Умова) для бегущей волны:

$$\vec{j} = w \vec{v}.$$

Средняя объемная плотность энергии звукового поля

$$\bar{w} = \frac{1}{2} \rho \sigma_0^2 = \frac{1}{2} \frac{P_0^2}{\rho \nu^2} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2,$$

где σ_0 - амплитуда скорости частиц среды, ω - круговая частота звуковых волн.

Энергия звукового поля, заключенного в некотором объеме V ,

$$W = \bar{w} V.$$

Поток звуковой энергии

$$\Phi = \frac{W}{t},$$

где W - энергия, переносимая через данную поверхность за время t .

Интенсивность звука (плотность потока звуковой энергии)

$$I = \frac{\Phi}{S}.$$

Фазовая скорость звуковых волн в газе

$$\nu = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}.$$