Примеры решения задач

Задача 1. Волна распространяется в упругой среде со скоростью $\upsilon = 200$ м/с. Определите наименьшее расстояние между точками среды, совершающими колебания в противоположных фазах, если частота ν колебаний равна 50 Гц.

Дано	***Решение***
$\upsilon = 200$ м/с ν =50 Гц	Расстояние между ближайшими точками среды, совершающими колебания в противоположных фазах, равно $\lambda/2$. Следовательно, $x = \lambda/2$.
x = ?	

Учитывая связь между длиной волны λ и частотой ν,

$$x = \lambda/2,$$

где υ - скорость распространения колебаний в среде, получаем искомое расстояние

$$x = \upsilon/(2\nu).$$

Вычисляя, получаем x =2 м.

Ответ: x = 2 м.

Задача 2. Волна распространяется в упругой среде со скоростью υ= 150 м/с с частотой ν= 100 Гц. Определите разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек среды, лежащих на луче и отстоящих друг от друга на расстоянии Δx =0,75 м.

Дано	***Решение***
$\upsilon = 150$ м/с ν =100 Гц Δx =0,75 м	Если две точки среды отстоят друг от друга на расстоянии, равном длине волны λ, то разность фаз равна 2π. Следовательно, если две точки среды отстоят друг от друга на Δx, то разность фаз
$\Delta\varphi$ = ?	$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda} 2\pi. \qquad (1)$$

Длина волны

$$\lambda = \upsilon/\nu \qquad (2)$$

Подставив формулу (2) в выражение (1), найдем искомую разность фаз

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\nu\Delta x}{\upsilon} = \pi,$$

т.е. точки среды колеблются в противофазе.

Ответ: $\Delta\varphi = \pi$.

Задача 3. Определите, во сколько раз изменится длина звуковой волны при переходе звука из воды в воздух, если принять скорость звука в воздухе $\upsilon_1 = 330$ м/с, в воде $\upsilon_2 = 1450$ м/с.

Дано	*Решение*
$\upsilon_1 = 330$ м/с $\upsilon_2 = 1450$ м/с	При переходе из одной среды в другую частота колебаний не изменяется (она зависит только от свойств источника волн), т. е.
$\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} = ?$	$\nu_1 = \nu_2 = \nu$.

Связь длины λ волны с частотой ν_1

$$\lambda = \upsilon/\nu, \qquad (1)$$

где υ - скорость волны.

Искомое соотношение согласно (1)

$$\lambda_1/\lambda_2 = \upsilon_1/\upsilon_2.$$

Вычисляя, получаем λ_1/λ_2=4,39 (увеличится в 4,39 раза).

Ответ: λ_1/λ_2=4,39.

Задача 4. Волна распространяется в упругой среде вдоль положительного направления оси *x*. Запишите уравнение волны посредством известных следующих параметров: амплитуда волны *A*, скорость волны υ и длина волны λ.

Дано	*Решение*
A υ λ	Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси *x*, $\xi(x, t) = A\cos\omega\left(t - \dfrac{x}{\upsilon}\right)$, (1)
$\xi(x, t)$=?	

где ω - циклическая частота. Учитываем, что

$$\omega = 2\pi/T, \qquad (2)$$

где T - период колебаний.

Связь между длиной волны и периодом

$$\lambda = \upsilon T. \qquad (3)$$

Из уравнений (2) и (3) найдем $\omega = 2\pi\upsilon/\lambda$.

Подставив значение и в уравнение (1), можем его записать через заданные в задаче параметры

$$\xi(x, t) = A\cos\frac{2\pi\upsilon}{\lambda}\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) = A\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\upsilon t - x).$$

Ответ: $\xi(x, t) = A\cos\dfrac{2\pi}{\lambda}(\upsilon t - x)$.

Задача 5. Источником плоской волны является вибратор, колеблющийся по закону $x = 0{,}2\cos 20\pi t$, м. Скорость распространения колебаний в среде υ= 30 м/с. Запишите уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль прямой, совпадающей с положительным направлением оси x в среде, не поглощающей энергию. Определите: длину λ бегущей волны; смещение ξ_1 и ξ_2 точек среды, находящихся от этой прямой на расстояниях x_1=10 м и x_2= 20 м от вибратора, через t=5 с от момента начала колебаний вибратора; разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний точек 1 и 2.

Дано	***Решение***
$x = 0{,}2\cos 20\pi t$, м υ= 30 м/с t=5 с x_1=10 м x_2= 20 м	Вибратор колеблется по закону $x = 0{,}2\cos 20\pi t$, м (1) откуда следует, что частицы среды будут совершать колебания по тому же закону, но их колебания будут отставать по времени от колебаний
$\xi(x, t)$=? λ=? ξ_1=? ξ_2=? $\Delta\varphi$=?	

источника на время, необходимое для прохождения волной расстояния x. Тогда уравнение колебаний частиц среды, лежащих в плоскости x, имеет вид:

$$\xi(x, t) = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right). \quad (2)$$

Запишем уравнение плоской волны, возбуждаемой вибратором. Из уравнения (1) следует, что амплитуда волны A= 0,2 м, циклическая частота ω=20π с$^{-1}$. Подставив эти данные и значение υ в выражение (2), запишем искомое уравнение волны:

$$\xi(x, t) = 0{,}2\cos\left(20\pi t - \frac{2\pi}{3}x\right), \text{ м.} \quad (3)$$

Искомая длина волны

$$\lambda = \frac{\upsilon}{\nu} = \frac{2\pi\upsilon}{\omega}$$

(учли формулу $\omega = 2\pi\nu$).

Смещение точек 1 и 2 среды через время t от начала колебаний вибратора определим из уравнения (3), подставив в него значения t, x_1 и x_2:

$$\xi_1 = 0{,}2\cos\left(20\pi\cdot 5 - \frac{2}{3}\pi\cdot 10\right) = -0{,}102 \text{ м;}$$

$$\xi_2 = 0{,}2\cos\left(20\pi\cdot 5 - \frac{2}{3}\pi\cdot 20\right) = 0{,}01 \text{ м.}$$

Разность фаз колебаний точек 1 и 2 среды найдем по формуле

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$$

Вычисляя, получаем: λ=3 м; $\Delta\varphi$=41,9 рад.

Ответ: $\xi(x,\,t) = 0{,}2\cos\left(20\pi t - \frac{2\pi}{3}x\right)$, м; λ=3 м; ξ_1=-0,102 м; ξ_2=0,01 м; $\Delta\varphi$=41,9 рад.

Задача 6. Плоская синусоидальная волна распространяется вдоль прямой, совпадающей с положительным направлением оси x в среде, не поглощающей энергию, со скоростью υ= 15 м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях x_1=5 м и x_2= 5,5 м от источника колебаний, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi = \pi/5$. Амплитуда волны A = 4 см. Определите: длину волны; уравнение волны; смещение первой точки в момент времени t= 3 с.

Дано:	***Решение***
υ= 15 м/с x_1=5 м x_2= 5,5 м $\Delta\varphi = \pi/5$ A = 4 см=0,04 м t=3 с	Разность фаз колебаний двух точек волны $$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x,$$ где $\Delta x = x_1 - x_2$ - расстояние между этими точками. Тогда искомая длина волны
$\xi(x,\,t)$=? $\xi(x,\,t)$=? ξ_1=?	$$\lambda = \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\Delta\varphi}\text{=5 м.}$$

Уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x,

$$\xi(x,\,t) = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) = A\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\upsilon t - x) \qquad (1)$$

(учли, что циклическая частота $\omega = 2\pi/T$, где период $T = \lambda/\upsilon$. Тогда $\omega = 2\pi/\lambda$). Подставив значение λ и υ в выражение (1), запишем искомое уравнение волны

$$\xi(x,\,t) = 0{,}04\cos\left(6\pi t - \frac{2\pi}{5}x\right), \text{ м.} \qquad (2)$$

Смещение первой точки ξ_1 в момент времени t определим из уравнения (2), подставив в него значения t и x_1

$$\xi_1 = 0{,}04\cos\left(6\pi\cdot 3 - \frac{2\pi}{5}\cdot 5\right) = 0{,}04 \text{ м.}$$

Ответ: λ=5 м; $\xi(x,\,t) = 0{,}04\cos\left(6\pi t - \dfrac{2\pi}{5}x\right)$, м; $\xi_1 = 0{,}04$ м.

Задача 7. Поперечная волна, распространяясь вдоль упругого шнура, описывается уравнением $\xi(x,\,t) = 0{,}1\cos\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{5}x\right)$, м. Определите: длину волны; фазу колебаний; смещение; скорость и ускорение точки, расположенной на расстоянии x_1=9 м от источника колебаний в момент времени t_1=2 с.

Дано	*Решение*
x_1=9 м $\xi(x,\,t) = 0{,}1\cos\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{5}x\right)$, м t_1=3 с	Из заданного в задаче уравнения $\xi(x,\,t) = 0{,}1\cos\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{5}x\right)$, м (1) следует, что амплитуда волны A=0,1 м, циклическая частота ω=2π с$^{-1}$.
$\xi(x,\,t)$=? φ_1=? ξ_1=? $\dot{\xi}_1$=? $\ddot{\xi}_1$=?	

Уравнение (1) может быть приведено к виду

$$\xi(x,\,t) = 0{,}1\cos 2\pi\left(t - \frac{\pi}{5\cdot 2\pi}x\right) = 0{,}1\cos 2\pi\left(t - \frac{x}{10}\right), \text{ м} \qquad (2)$$

откуда следует, что скорость волны υ=10 м/с.

Учитывая, что $T = 2\pi/\omega$ и $\lambda = \upsilon T$, искомая длина волны

$$\lambda = \frac{2\pi\upsilon}{\omega} = 10 \text{ м.}$$

Искомую фазу колебаний на расстоянии x_1 от источника колебаний в момент времени t_1 определим из уравнения (2).

$$\varphi_1 = 2\pi\left(t_1 - \frac{x_1}{10}\right) = 2\pi\left(2 - \frac{9}{10}\right) = 2{,}2\pi$$

[отметим, что такое же значение получилось бы и при использовании уравнения (1)].

Смещение, скорость и ускорение точки, расположенной на расстоянии x_1 от источника колебаний в момент времени t_1, найдем, воспользовавшись уравнением (2), записав его в общем виде: $\xi(x,\,t) = A\cos\omega\left(t_1 - \dfrac{x_1}{\upsilon}\right)$.

Тогда

$$\dot{\xi}_1 = -A\omega\cos\omega\left(t_1 - \frac{x_1}{\upsilon}\right);$$

$$\ddot{\xi}_1 = -A\omega^2\cos\omega\left(t_1 - \frac{x_1}{\upsilon}\right).$$

Вычисляя, получаем ξ_1=8,09 см; $\dot{\xi}_1$= 0,369 м/с; $\ddot{\xi}_2$ = -3,19 м/с^2. *Ответ:* $\lambda = 10$ м; ξ_1=8,09 см; $\dot{\xi}_1$= 0,369 м/с; $\ddot{\xi}_2$ = -3,19 м/с^2.

Задача 8. Волна, распространяясь в упругой среде, описывается уравнением $\xi(x,\,t) = 0{,}05\cos\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{5}x\right)$, м. Определите отношение амплитуды колебаний скорости частиц среды к скорости распространения волны.

Дано:	***Решение***
$\xi(x,\,t) = 0{,}05\cos\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{5}x\right)$, м	Из заданного в задаче уравнения волны
$\dfrac{A_\upsilon}{\upsilon}$=?	$\xi(x,\,t) = 0{,}05\cos\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{5}x\right)$, м

найдем скорость колебаний частиц среды

$$\dot{\xi} = \frac{d\xi}{dt} = -0{,}05\cdot 2\pi\sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{5}x\right), \text{ м/с},$$

откуда следует, что амплитуда колебаний скорости частиц среды

$$A_\upsilon = 0{,}05\cdot 2\pi, \text{ м.} \qquad (1)$$

Скорость волны найдем из условия постоянства фазы $2\pi t - \dfrac{\pi}{5}x$=const. Продифференцируем это выражение по времени откуда

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \upsilon = \frac{2\pi \cdot 5}{\pi} = 10 \text{ м/с}. \qquad (2)$$

Искомое отношение согласно формулам (1) и (2)

$$\frac{A_\upsilon}{\upsilon} = 3{,}14 \cdot 10^{-2}.$$

Ответ: $\frac{A_\upsilon}{\upsilon} = 3{,}14 \cdot 10^{-2}$.

Задача 9. Докажите, что в недиспергирующей среде групповая скорость u и фазовая скорость υ равны.

Решение

Среда является диспергирующей, если в ней наблюдается дисперсия 1 волн - зависимость фазовой скорости волн в среде от их частоты (или длины волны).

Групповая скорость $u = \frac{d\omega}{dk}$. Учитывая, что фазовая скорость $\upsilon = \frac{\omega}{k}$, предыдущее выражение можно записать в виде

$$u = \frac{d(\upsilon k)}{dk} = \upsilon + k\frac{d\upsilon}{dk} = \upsilon + k\left(\frac{d\upsilon}{d\lambda}\frac{d\lambda}{dk}\right) = \upsilon + k\left[\frac{d\upsilon}{d\lambda}\frac{d}{dk}\left(\frac{2\pi}{k}\right)\right] =$$

$$= \upsilon + k\left[\frac{d\upsilon}{d\lambda}\left(\frac{-2\pi}{k^2}\right)\right] = \upsilon + k\left[\frac{d\upsilon}{d\lambda}\left(-\frac{\lambda}{k}\right)\right] = \upsilon - \lambda\frac{d\upsilon}{d\lambda}$$

(учли связь волнового числа с длиной волны: $k = 2\pi/\lambda$).

Следовательно, связь между групповой и фазовой скоростями

$$u = \upsilon - \lambda\frac{d\upsilon}{d\lambda}. \qquad (1)$$

Согласно условию задачи среда является недиспергирующей ($\frac{d\upsilon}{d\lambda} = 0$), поэтому из выражения (1) следует, что $u = \upsilon$, т. е. групповая и фазовая скорости в недиспергирующей среде равны.

Задача 10. Определите длину λ бегущей волны, если в стоячей волне расстояние между первым и седьмым узлами равно 30 см.

Дано	*Решение*
$\Delta l_{7,1}$=30 см=0,3 м	В стоячей волне расстояния между двумя соседними пучностями или двумя соседними узлами одинаковы и равны половине длины бегущей волны. Согласно условию задачи задано расстояние между первым и седьмым узлами стоячей волны, т. е.
λ=?	

$$\Delta l_{7,1} = 6\frac{\lambda}{2} = 3\lambda .$$

Тогда искомая длина бегущей волны

Вычисляя, получаем λ= 0,1 м.

Ответ: λ= 10 см.

Задача 11. Один конец упругого стержня соединен с источником гармонических колебаний, подчиняющихся закону $\xi = A\sin\omega t$, а другой конец жестко закреплен. Учитывая, что отражение в месте закрепления стержня происходит от более плотной среды, определите: уравнение стоячей волны; координаты узлов; координаты пучностей.

Дано	*Решение*
$\xi = A\sin\omega t$	Уравнение падающей волны
$\xi(x,t)$=? $x_{узл}$=? x_n=?	

$$\xi_1(x,t) = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right), \qquad (1)$$

а уравнение отраженной –

$$\xi_2(x,t) = A\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) + \pi\right] = -A\sin\omega\left(t + \frac{x}{\upsilon}\right) \qquad (2)$$

(учли изменения фазы на π, так как отражение происходит от более плотной среды).

Сложив уравнения (1) и (2), получим уравнение стоячей волны

$$\xi(x,t) = \xi_1(x,t) + \xi_2(x,t) = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) - A\sin\omega\left(t + \frac{x}{\upsilon}\right),$$

откуда

$$\xi(x,t) = 2A\sin\omega\frac{x}{\upsilon}\cos\omega t = 2A\sin\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\omega t .$$

В точках среды, где $2\pi x/\lambda = \pm m\pi$ (m=0,1,2,...), амплитуда колебаний обращается в нуль (наблюдаются узлы), в точках среды, где $2\pi x/\lambda = \pm(m+1/2)\pi$ (m=0,1,2,...), амплитуда колебаний достигает максимального значения, равного $2A$ (наблюдаются пучности). Таким образом:

координаты узлов $x_{узл} = \pm m\lambda/2$ (m = 0,1,2,...);

координаты пучностей $x_п = \pm(m+1/2)\lambda/2$ (m = 0,1,2,...).

Ответ: $\xi(x,t) = 2A\sin\dfrac{2\pi x}{\lambda}\cos\omega t$; $x_{узл} = \pm m\lambda/2$ (m = 0,1,2,...); $x_п = \pm(m+1/2)\lambda/2$ (m = 0,1,2,...).

Задача 12. Скорость распространения звука в двухатомном газе при некоторых условиях равна 353 м/с. Определите среднюю квадратичную скорость $\langle\upsilon_{кв}\rangle$ молекул этого газа при тех же условиях.

Дано	***Решение***
υ=353 м/с i=5	Средняя квадратичная скорость молекул газа
$\langle\upsilon_{кв}\rangle$=?	

$$\langle\upsilon_{кв}\rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \qquad (1)$$

где R=8,31 Дж/(моль·К) – молярная газовая постоянная; T – термодинамическая температура; M – молярная масса газа.

Скорость звука в газах

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \qquad (2)$$

$\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$ – отношение теплоемкостей газа при постоянных давлении и объеме.

Согласно данным задачи условия в обоих случаях одинаковы. Поделив (1) на выражение (2), получаем

$$\frac{\langle\upsilon_{кв}\rangle}{\upsilon} = \sqrt{\frac{3}{\gamma}}. \qquad (3)$$

Учитывая, что $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V} = \dfrac{i+2}{i}$ где i – число степеней свободы (для двухатомного газа i=5), из выражения (3) найдем искомую среднюю квадратичную скорость молекул

$$\langle \upsilon_{кв} \rangle = \upsilon\sqrt{\frac{3i}{i+2}}.$$

Вычисляя, получаем $\langle \upsilon_{кв} \rangle$= 517 м/с.

Ответ: $\langle \upsilon_{кв} \rangle$= 517 м/с.

Задача 13. Два звука отличаются по уровню громкости на 5 фон. Определите отношение интенсивностей этих звуков.

Дано	*Решение*
$\Delta \Gamma$ = 5 фон $\frac{I_2}{I_1}$ =?	1 фон - громкость для звука стандартной частоты 1000 Гц [частота стандартного тона (синусоидального акустического колебания)], если его уровень интенсивности равен 1 дБ. Следовательно, $\Delta \Gamma$ = 5 фон соответствует уровень интенсивности звука $\Delta \Gamma$ = 5 дБ = 0,5 Б.

Уровень интенсивности звука

$$L = \lg\frac{I}{I_0}, \qquad (1)$$

где I_0 – интенсивность звука на пороге слышимости, принимаемая для всех звуков равной 10 пВт/м^2.

Согласно уравнению (1) можем записать

$$\Delta L = L_2 - L_1 = \lg\frac{I_2}{I_1} - \lg\frac{I_1}{I_0} = \lg\frac{I_2}{I_1} = 0{,}5, \qquad (2)$$

откуда искомое отношение интенсивности звуков

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^{0{,}5} = 3{,}16.$$

Ответ: $\frac{I_2}{I_1} = 3{,}16$.

Задача 14. Два катера движутся навстречу друг другу со скоростями υ_1=10 м/с и υ_2=8 м/с. Первый катер дает свисток, высота тона которого соответствует частоте ν_0=500 Гц. Определите частоту, воспринимаемую пассажиром второго катера перед встречей катеров и после их встречи. Скорость звука принять равной 332 м/с.

Дано	**_Решение_**
υ_1=10 м/с υ_2=8 м/с ν_0=500 Гц υ=332 м/с	Согласно общей формуле, описывающей эффект Доплера в акустике, частота звука, воспринимаемая движущимся приемником,
ν=? ν'=?	$$\nu = \frac{\upsilon \pm \upsilon_{пр}}{\upsilon \pm \upsilon_{ист}} \nu_0, \qquad (1)$$

где ν_0 – частота звука, посылаемая источником; $\upsilon_{пр}$ – скорость движения приемника; $\upsilon_{ист}$ – скорость движения источника. Если источник и приемник приближаются друг к другу, то берется верхний знак, если удаляются – нижний знак.

Согласно обозначениям, данным в задаче ($\upsilon_2 = \upsilon_{пр}$, $\upsilon_1 = \upsilon_{ист}$), и приведенным выше пояснениям, из формулы (1) искомые частоты, воспринимаемые пассажиром второго катера:

перед встречей катеров (катера сближаются)

$$\nu = \frac{\upsilon + \upsilon_2}{\upsilon - \upsilon_1} \nu_0;$$

после встречи катеров (катера удаляются друг от друга)

$$\nu' = \frac{\upsilon - \upsilon_2}{\upsilon + \upsilon_1} \nu_0.$$

Вычисляя, получаем ν=528 Гц; ν'=473 Гц.

Ответ: ν=528 Гц; ν'=473 Гц.

Задача 15. Неподвижный приемник при приближении источника звука, излучающего волны частотой ν_0=360 Гц, регистрирует звуковые колебания с частотой ν=400 Гц. Принимая температуру воздуха T=290 К, его молярную массу M=0,029 кг/моль, определите скорость движения источника звука.

Дано	**_Решение_**
ν_0=360 Гц ν=400 Гц T=290 К M=0,029 кг/моль	Исходя из общей формулы для эффекта Доплера в акустике и учитывая, что приемник покоится, а источник приближается к приемнику, используем формулу
$\upsilon_{ист}$=?	$$\nu = \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_{ист}} \nu_0,$$

где ν – скорость распространения звука.

Отсюда

$$\upsilon_{ист} = \upsilon\left(1 - \frac{\nu_0}{\nu}\right). \qquad (1)$$

Скорость распространения звуковых волн в газах

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \qquad (2)$$

где для воздуха $\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{7}{5} = 1{,}4$.

Подставив формулу (2) в выражение (1), найдем искомую скорость движения источника звука

$$\upsilon_{ист} = \left(1 - \frac{\nu_0}{\nu}\right)\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}.$$

Вычисляя, получаем $\upsilon_{ист}$=34,1 м/с.

Ответ: $\upsilon_{ист}$=34,1 м/с.

Задача 16. Звуковые колебания, имеющие частоту ν=500 Гц и амплитуду A=0,25 мм, распространяются в воздухе. Длина волны λ=70 см. Найти скорость распространения колебаний (т.е. скорость волны) $\upsilon_в$ и максимальную скорость колебаний частиц воздуха υ_m.

Дано:	***Решение***
ν=500 Гц A=0,25 мм λ=70 см	Скорость волны $v_в$ мы можем определить сразу, воспользовавшись формулой, устанавливающей связь длины волны λ с частотой колебаний v частиц в ней:
$\upsilon_в$ = ? υ_m = ?	$\lambda = \frac{\upsilon_в}{v}$. Отсюда $\upsilon_в = \lambda v$.

Чтобы найти максимальную скорость частиц в волне $v_{\max}$, надо взять первую производную смещения x по времени. Согласно уравнению колебаний частиц в волне смещение $x = A\cos(\omega t + \alpha_0)$.

Скорость частиц v изменяется с течением времени по закону $v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \alpha_0)$.

Когда $\sin(\omega t + \alpha_0)$=1, $\upsilon = \upsilon_{\max}$, значит, $\upsilon_m = \omega A$.

Циклическая частота колебаний ω связана с частотой ν соотношением $\omega = 2\pi\nu$. Тогда $\upsilon_m = 2\pi\nu A$.

Подставим числа и произведем вычисления, получим:

$$\upsilon_в\text{=350 м/с; } \upsilon_m = \text{ м/с=0,8 м/с}$$

Ответ: $\upsilon_в$=350 м/с, υ_m=0,8 м/с.

Задача 17. Средняя квадратичная скорость молекул двухатомного газа $\overline{\upsilon}_{кв} = 500$ м/с. Чему равна скорость звука $\upsilon_{зв}$ в этом газе?

Дано:	***Решение***:
i=5 $\overline{\upsilon}_{кв} = 500$ м/с	Запишем формулу скорости звука в газе: $$\upsilon_{зв} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \qquad (1)$$ где
$\upsilon_{зв}$ - ?	$$\gamma = \frac{i+2}{i} \qquad (2)$$

– коэффициент Пуассона, i – число степеней свободы молекул газа, R =8,31 Дж/(моль К) – молярная (универсальная) газовая постоянная, M – молярная масса газа и T – его абсолютная температура.

Среднюю квадратичную скорость молекул определяет формула

$$\overline{\upsilon}_{кв} = \sqrt{\frac{3RT}{M}},$$

$$\text{Значит, } \sqrt{\frac{RT}{M}} = \frac{\overline{\upsilon}_{кв}}{\sqrt{3}}. \qquad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1), мы решим задачу:

$$\upsilon_{зв} = \overline{\upsilon}_{кв}\sqrt{\frac{i+2}{3i}}$$

Произведем вычисления: $\upsilon_{зв}$=342 м/с.

Ответ: $\upsilon_{зв}$= 342 м/с.